

ПОЛУГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

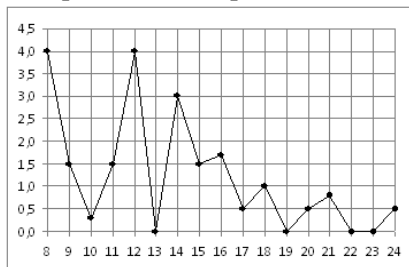
11 класс

Профильный уровень

Вариант 1

1. Поезд Новосибирск-Красноярск отправляется в 15:20, а прибывает в 4:20 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

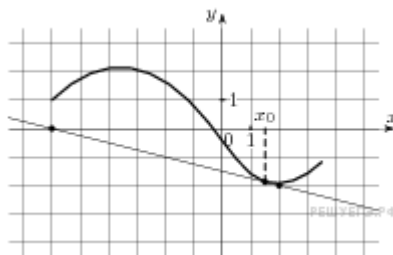
2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа за данный период впервые выпало ровно 1,5 миллиметра осадков.



3. В классе 16 учащихся, среди них два друга — Олег и Вадим. Класс случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Вадим окажутся в одной группе.

4. Найдите корень уравнения $(x + 8)^5 = 243$.

5. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



23

6. Найдите значение выражения $\sin^2 56^\circ + \sin^2 146^\circ$.

7. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 85 - 5p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$.

Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 210 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

8. Смешали некоторое количество 13-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

9. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 6x^2$ на отрезке $[-3; 3]$.

$$\frac{2 \cos^2 x + \cos x - 1}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0.$$

10. а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$.

$$\log_{x+7} \left(\frac{3-x}{x+1} \right)^2 \leq 1 - \log_{x+7} \frac{x+1}{x-3}.$$

11. Решите неравенство:

12. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,6S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее S , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

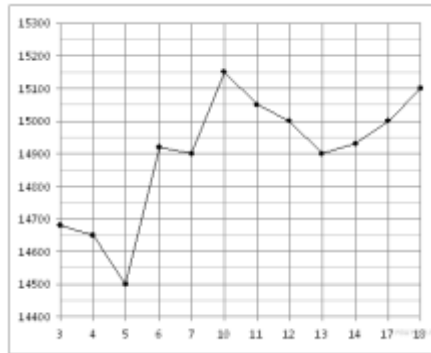
13. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\ln(6a - x) \ln(2x + 2a - 2) = \ln(6a - x) \ln(x - a)$ имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

14. Найдите все такие пары натуральных чисел a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа десятичную записью числа b , то получится число, большее произведения чисел a и b на 21

Вариант 2

1. Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 16 кг вишни?

2. На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.

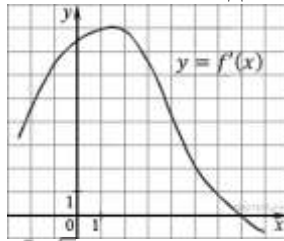


3. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся Т. верно решит больше 8 задач, равна 0,58. Вероятность того, что Т. верно решит больше 7 задач, равна 0,64. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 8 задач.

$$\left(\frac{1}{19}\right)^{x-1} = 19^x.$$

4. Найдите решение уравнения:

5. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.



$$\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x}$$

6. Найдите значение выражения при $x > 0$.

7. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,5 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с? Ответ выразите в метрах.

8. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 108 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

9. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$.

10. Решите уравнение $(\sin 2x + \cos x)(\sqrt{3} + \sqrt{3 \operatorname{tg} x}) = 0$.

11. Решите неравенство $\frac{2^x}{4^x - 2(12 \cdot 2^{x-2} - 4)} \geq \frac{1}{3}$.

12. Семья Ивановых ежемесячно вносит плату за коммунальные услуги, телефон и электричество. Если бы коммунальные услуги подорожали на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 35%. Если бы электричество подорожало на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 10%. Какой процент от общей суммы платежа приходится на телефон?

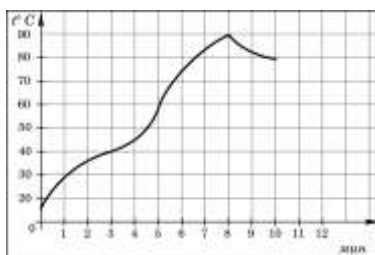
13. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4ax + |x^2 - 10x + 21|$ больше, чем -42 .

14. Сумма двух натуральных чисел равна 17, а их наименьшее общее кратное в 70 раз больше их наибольшего общего делителя. Найдите эти числа.

Вариант 3

1. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 30 копеек. Счётчик электроэнергии 1 марта показывал 53 073 киловатт-часа, а 1 апреля показывал 53 255 киловатт-часов. Какую сумму нужно заплатить за электроэнергию за март? Ответ дайте в рублях.

2. На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, до скольких градусов Цельсия двигатель нагрелся за первые 8 минут с момента запуска.

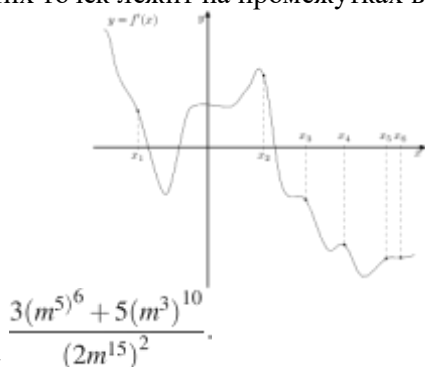


3. На конференцию приехали 4 ученых из Швеции, 4 из России и 2 из Италии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что четвертым окажется доклад ученого из Швеции.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-8} = 2^x.$$

4. Найдите решение уравнения:

5. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ на оси абсцисс отмечены шесть точек: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$. Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции $f(x)$?



6. Найдите значение выражения

$$\frac{3(m^5)^6 + 5(m^3)^{10}}{(2m^{15})^2}.$$

7. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

8. В помощь садовому насосу, перекачивающему 9 литров воды за 1 минуту, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 2 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 54 литра воды?

9. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{-79 - 18x - x^2}$.

10. а) Решите уравнение $4 \sin^2 x - 12 \sin x + 5 = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi, 2\pi]$.

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x} + \frac{3x + 2}{x + 1} \leq \frac{4x - 1}{x}.$$

11. Решите неравенство:

12. Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме того, в начале третьего и четвертого годов вкладчик пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 6 млн рублей.

13. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\left| \frac{x^2 - x + 2a}{x + a} + 1 \right| \leq 2$$

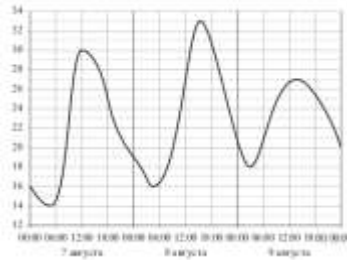
не имеет решений на интервале $(-2; -1)$.

14. Найдите все тройки натуральных чисел k, m и n , удовлетворяющие уравнению $3 \cdot k! = m! - 3 \cdot n!$

Вариант 4

1. Для покраски потолка требуется 280 г краски на 1 м^2 . Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 61 м^2 ?

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 9 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



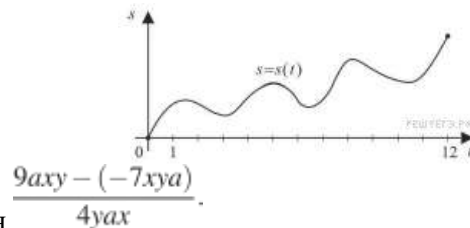
3. В сборнике билетов по философии всего 20 билетов, в 19 из них встречается вопрос по теме "Пифагор". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме "Пифагор".

$$x = \frac{6x - 15}{x - 2}.$$

4. Найдите корень уравнения: $x = \frac{6x - 15}{x - 2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

5. Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние s .

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



6. Найдите значение выражения $\frac{9ax - (-7xya)}{4yax}$.

7. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2 \text{ В}$, частота $\omega = 120^\circ / \text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

8. Часы со стрелками показывают 3 часа ровно. Через сколько минут минутная стрелка в девятый раз поравняется с часовой?

$$y = -\frac{x^2 + 1}{x}.$$

9. Найдите точку минимума функции

$$\frac{(\cos x - 1)(2 \sin x + \sqrt{3})}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}} = 0.$$

10. Решите уравнение

$$\frac{0,2|x^2 - 4x + 2| - 0,04}{3 - x} \leq 0.$$

11. Решите неравенство:

12. Мистер Джонсон по случаю своего тридцатилетия открыл 1 октября 2010 года в банке счёт, на который он ежегодно кладет 6000 рублей. По условиям вклада банк ежегодно начисляет 30% на сумму, находящуюся на счёте. Через 7 лет 1 октября 2017 года октября, следуя примеру мистера Джонсона, мистер Браун по случаю своего тридцатилетия тоже открыл в банке счет, на который ежегодно кладёт по 13 800 рублей, а банк начисляет 69% в год. В каком году после очередного пополнения суммы вкладов мистера Джонсона и мистера Брауна сравняются, если деньги со счетов не снимают?

$$x^4 + (a - 3)^2 = |x - a + 3| + |x + a - 3|$$

13. Найдите все значения a при каждом из которых уравнение либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

14. Найдите все пары натуральных чисел m и k , являющиеся решениями уравнения $9^k - 2^m = 1$.